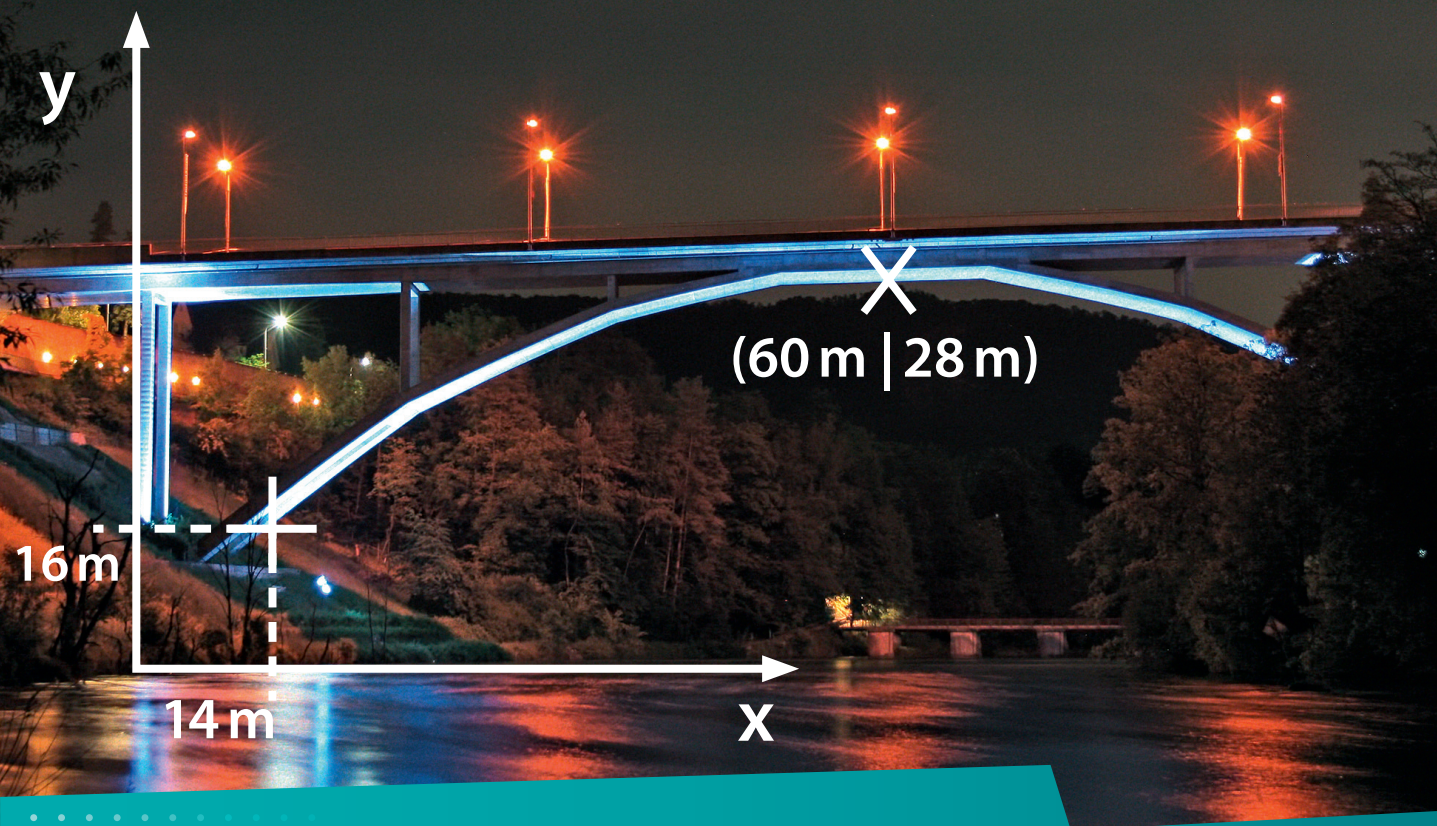


SCHWEIZER AUSGABE
SEKUNDARSTUFE I/OBERSTUFE

MATHE 21

Arithmetik & Algebra 1a

Cornelsen



A1

Funktion: $f(x) = y$

$$f(14 \text{ m}) = 16 \text{ m}$$

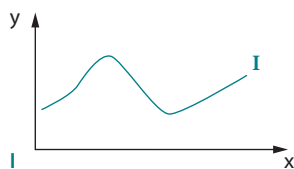
$$f(60 \text{ m}) = ?$$

Kompetenzen

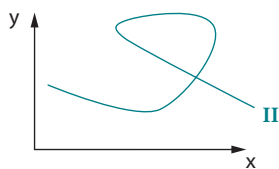
- Du kannst den Funktionswert zu einer gegebenen Zahl aus einer **Wertetabelle** und einer **graphischen Darstellung** bestimmen
- Du kennst den Begriff der **Funktion** einer eindeutigen Zuordnung

A1 3

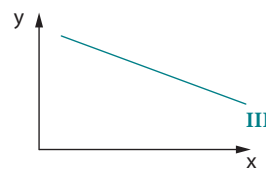
Welcher Graph gehört nicht zu einer Funktion?
Begründe deine Antwort.



A



B



C

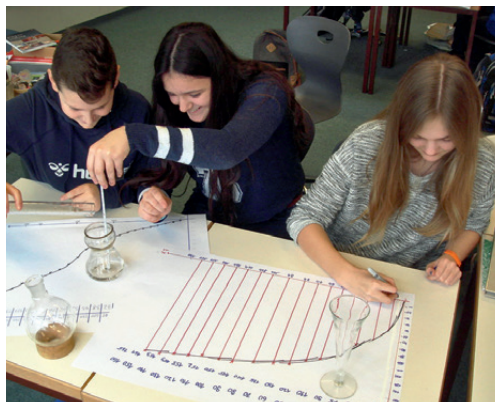
A1 4



Füllt Glasgefäße von unterschiedlicher Form mit Wasser. Die Einheit der Füllmenge soll so bestimmt werden, dass ihr bis zum vollen Glas diese etwa 20-mal nachgiessen könnt (z. B. 10 ml, 20 ml oder 50 ml).

Misst jeweils die Füllhöhe und überträgt die entsprechenden Werte in eine Werttabelle. Die Füllmenge entspricht dem x-Wert und die Füllhöhe entspricht dem y-Wert.

Überträgt nun die Werte aus der Tabelle in ein Koordinatensystem mit x-Achse und y-Achse.



Wählt den Massstab so, dass das A3-Blatt möglichst gefüllt ist. (So könnt ihr eure fertigen Graphen gut miteinander vergleichen.)

A1 5

Herr Berner fährt auf einer Landstrasse, sieht ein Hindernis und bremst ab.

- Bestimme $f(0s) = \square$, $f(0,8s) = \square$ und $f(1,2s) = \square$
- Bringe die Werte in die richtige Reihenfolge und stelle die Zuordnungen mit einer Werttabelle dar.
- Zeichne den Graphen.

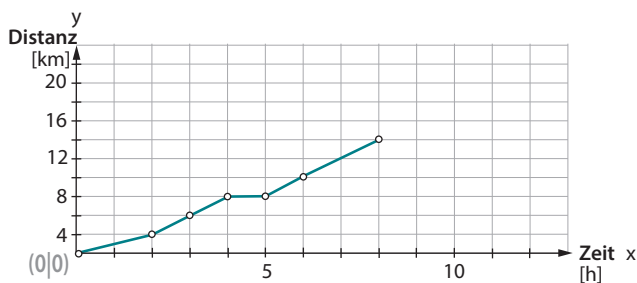
x Bremszeit [s]		
0	4,0	0,8
2,4	4,8	6,4
1,6	5,6	1,2
	8,0	3,2

y Geschwindigkeit [km/h]		
80	60	15
0	70	100
30	10	20
	40	50

A1 6

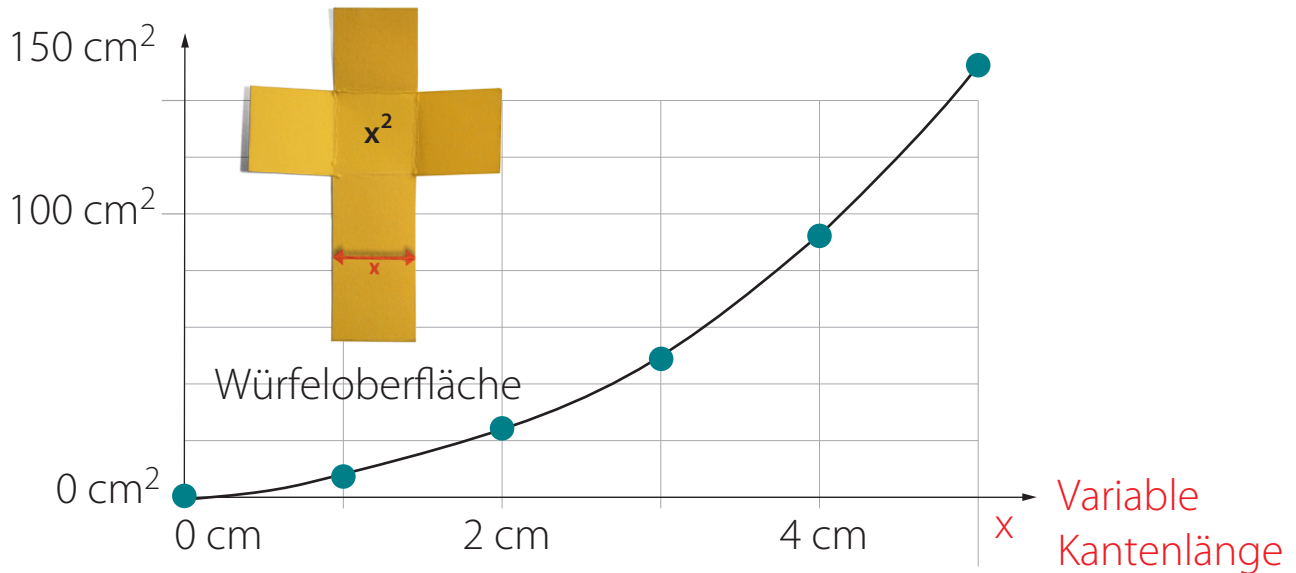
Der Funktionsgraph zeigt den Verlauf einer Wanderung.

- Bestimme $f(2h)$, $f(3h)$, $f(4h)$ und $f(5h)$.
- Was passierte nach 4 Stunden?



Würfeloberfläche

$$y = f(x) = 6 \cdot x^2$$



A2

Variable: x

Term: $1 + 2 \cdot x$

Funktionsterm: $y = f(x) = 6 \cdot x^2$

Kompetenzen

- Du verstehst die Begriffe Variable und Term und kannst diese sinnvoll nutzen.
- Du kannst mit Hilfe des Funktionsterms Wertepaare $(x|y)$ bestimmen und graphisch darstellen.
- Du kannst mit dem Taschenrechner und geeigneter Software Funktionswerte berechnen.

Variable, Term, Funktionsterm

1. Variablen: x, y, a

Eine Variable ist ein Platzhalter, in der Regel ein Buchstabe, den man anstelle einer Zahl braucht.

2. Terme: $3x + 2, \frac{2+4(3-4)}{2}$

Ein Term besteht aus Zahlen, die miteinander verrechnet werden, z. B. multipliziert, addiert usw. Neben Zahlen können auch Variablen vorkommen.

3a. Funktionsterm: $y = f(x) = 1 + 2 \cdot x$

3b. Wertetabelle

$$x = 0; \quad y = f(0) = 1 + 2 \cdot 0 = 1$$

$$x = 1; \quad y = f(1) = 1 + 2 \cdot 1 = 3$$

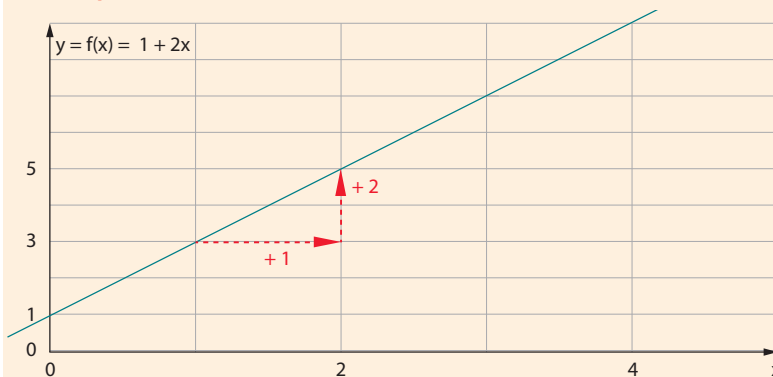
$$x = 2; \quad y = f(2) = 1 + 2 \cdot 2 = 5$$

x	0	1	2	3
$y = f(x) = 1 + 2x$	1	3	5	7

A2 1

Bestimme $f(3) = \square$, $f(4)$ und $f(30)$.

3c. Graph



A2 2

Bild «Würfeloberfläche» auf Seite 13

- Berechnet $f(0 \text{ cm}) = \square$, $f(1 \text{ cm})$, $f(2 \text{ cm})$ und $f(10 \text{ cm})$.
- Erstellt eine Wertetabelle für $x = 0 \text{ cm}$ bis 5 cm und zeichnet den Graphen.

A2 3



Ein Quader hat folgende Masse, Breite = 1 cm, Höhe = 1 cm und Länge = 2 cm.

- Bastelt diesen Quader aus Papier.
- Variiert danach die Grösse. Bastelt vier grössere Quader mit den Breiten $x = 2 \text{ cm}$ (doppelt so breit, doppelt so hoch und doppelt so lang), $x = 3 \text{ cm}$, $x = 4 \text{ cm}$ und $x = 5 \text{ cm}$.
- Berechnet für alle Quader die Oberfläche und füllt die Werte in eine Wertetabelle.

Breite = x	0 cm	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm
Oberfläche = $y = f(x) = ?$						

- Wie lautet der Funktionsterm $y = f(x) = ?$ der Quaderoberfläche?
- Zeichnet den Graphen der Funktion in ein vollständig beschriftetes Koordinatensystem.



Steigung: $a = \frac{0,2 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 0,1$

Höhe: $f(2 \text{ m}) = 0,1 \cdot 2 \text{ m} = 0,2 \text{ m}$

A3

Proportionalität: $y = f(x) = a \cdot x$

Umgekehrte Proportionalität: $y = f(x) = \frac{a}{x}$

Kompetenzen

- Du erkennst proportionale Zusammenhänge in Sachsituationen.
- Du kannst den Graphen von Proportionalitäten mit einer Funktionsgleichung darstellen und umgekehrt.
- Du kannst die Unterschiede zwischen Proportionalität und umgekehrter Proportionalität erklären.

A3 4

4 kg Birnen kosten 20 Fr.

- Berechne die Steigung, $a = ?$.
- Erstelle eine Wertetabelle für $x = 0$ kg, 1 kg, 2 kg und 3 kg.
- Wie lautet die Funktionsgleichung?
- Zeichne den Graphen in ein vollständig beschriftetes Koordinatensystem.

A3 5

Für welche Menge würdest du dich jeweils entscheiden, wenn du pro Gramm bzw. Deziliter möglichst günstig einkaufen willst? Begründe.

a) Reibkäse

120 g Fr. 2.40

250 g Fr. 5.–

b) Fruchtjoghurt

180 g Fr. 0.90

500 g Fr. 2.10

c) Fondue-Aktion

400 g Fr. 3.80

1 kg Fr. 9.–

d) Sauser im Restaurant

**A3** 6

Berechne die Kosten für drei weitere Stückzahlen. Bestimme die Anzahl jeweils selbst.

a) Milch: 4 Liter kosten 6.80 Fr.

b) Kugelschreiber: 1 Dreierpack kostet 2.40 Fr.

c) 0,8 kg Aprikosen kosten 2.80 Fr.

Anzahl Liter	Preis [Fr.]
4	6.80
1	...
...	...
...	...
...	...
...	...

Anzahl Kugelschreiber	Preis [Fr.]
3	2.40
...	...
...	...
...	...
...	...
...	...

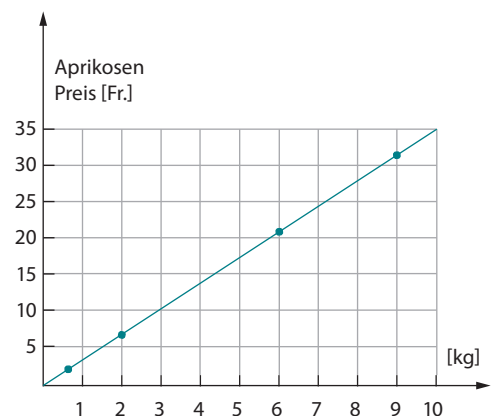
Gewicht [kg]	Preis [Fr.]
0,8	2.80
1	...
...	...
...	...
...	...
...	...

A3 7

Der Graph zeigt dir, wie teuer eine beliebige Menge Aprikosen ist.

a) 4 Punkte sind auf dem Graphen markiert. Lies Preis und Gewicht ab.

b) Wie teuer sind 1, 2, 3, 5 kg?

**A3** 8

Erstelle einen Graphen für den Milchpreis oder für den Preis von Kugelschreibern aus Aufgabe 6.



A4

Grössen:	Längen	Masse	Zeit
Einheiten:	m	kg	s

Kompetenzen

- Du kannst Masseinheiten und deren Abkürzungen verwenden und du kannst dich an Referenzgrössen orientieren (Längenmasse: km, m, dm, cm, mm / Masse: t, kg, g, mg / Zeit: h, min, s)
- Du kannst Grössen schätzen

Masstab – Wirklichkeit und Plan

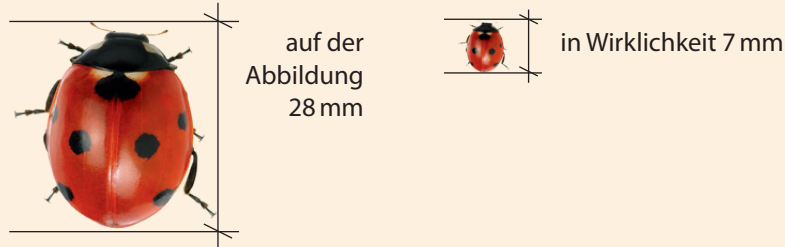
Um die wirkliche Länge von abgebildeten Dingen, Gegenständen usw. berechnen zu können, muss die **Verkleinerung** oder die **Vergrößerung** bekannt sein.

Masstab 1 : 1000 bedeutet: Auf der Karte (dem Plan, dem Bild) ist jede Länge 1000-mal kleiner als in Wirklichkeit.

Beispiel: Länge des Hauses ... in Wirklichkeit 15 m ... auf der Karte 15 mm

Masstab 4 : 1 bedeutet: Auf der Abbildung (dem Plan, der Karte) ist jede Länge 4-mal so gross wie in Wirklichkeit.

Beispiel:



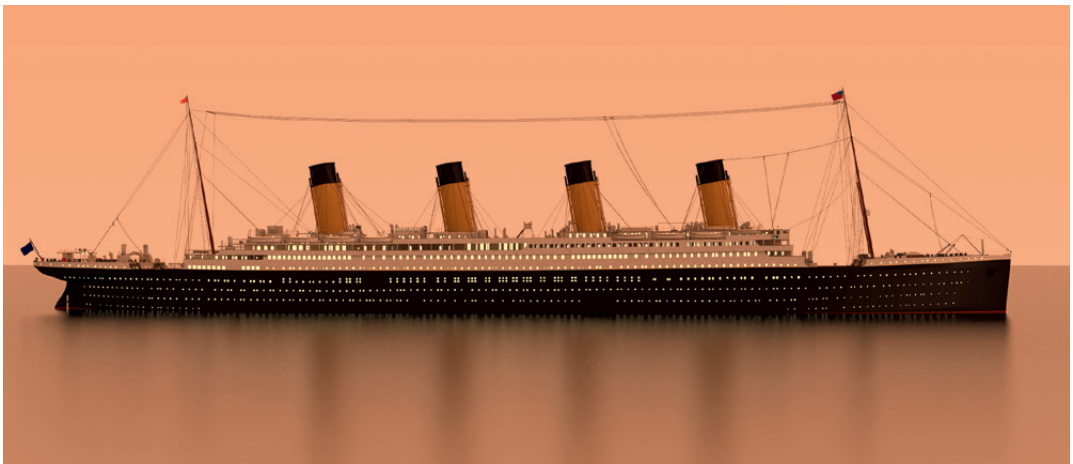
A4 34

Suche verschiedene Gegenstände aus, welche du beim Lernen brauchst: Bücher, Radiergummi, Büroklammer, Stuhl, ...
Skizziere jeden Gegenstand möglichst bildfüllend auf ein A6-Kärtchen. Notiere auf die Rückseite des Kärtchens den Masstab. Runde die Angabe.

A4 35

Zeichne im Masstab 1:1 000

- einen Fussballplatz von 70 m Länge und 45 m Breite.
- einen Weg von 0,120 km Länge und 2 m Breite.
- ein Ackerfeld von 210 m Länge und 82 m Breite.
- einen quadratischen Parkplatz von 155 m Seitenlänge.
- deinen Schulhof.
- die Titanic, mit einer Länge von 269 m.





Addition / Subtraktion:

11 Paletten plus 1 Palette

$$11 + 1 = 12$$

$$12 - 1 = 11$$

Multiplikation / Division:

3 Hubstapler mit je 4 Paletten

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$12 : 3 = 4$$



B1

Rechnen mit natürlichen Zahlen

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Kompetenzen

- Du kannst den Begriff natürliche Zahlen verstehen und verwenden.
- Du kannst die 4 Grundoperationen mit natürlichen Zahlen ausführen.
- Du kannst die «Punkt-vor-Strich»-Regel und die Klammerregeln befolgen.
- Du kannst das Distributivgesetz $a \cdot (b + c) = ab + bc$ anwenden.

Rechenvorteile

B1 32

Marcel addiert die natürlichen Zahlen von 1 bis 10 geschickt:

$$(1 + 10) + (2 + 9) + (3 + 8) + (4 + 7) + (5 + 6) = 5 \cdot 11 = 55$$

Addiere ebenso: $1 + 2 + 3 + \dots + 20$

B1 33

Addiere: $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + (\dots\dots\dots)$

B1 34

Addiere: **a)** $1 + 2 + 3 + \dots + 200$ **b)** $1 + 2 + 3 + \dots + 1000$

Die Summe von aufeinander folgenden natürlichen Zahlen lässt sich auch auf andere Art geschickt bestimmen.

Beispiel: Addiere alle Zahlen von 20 bis 30. Es sind insgesamt 11 Zahlen.

Der durchschnittliche Wert einer Zahl beträgt $(20 + 30) : 2 = 25$

Wir rechnen also für die Summe: $11 \cdot 25 = 275$

B1 35

Addiere:

a) $101 + 102 + 103 + \dots + 200$

b) $1201 + 1202 + 1203 + \dots + 1300$

B1 36

Berechne die Summe aller geraden Zahlen, ...

a) die kleiner als 21 sind.

b) die kleiner als 101 sind.

B1 37

Addiere:

a) $3 + 6 + 9 + \dots + 300$

b) $100 + 101 + 102 + \dots + 200$

c) $217 + 224 + 231 + \dots + 294$

B1 38

Ein frei fallender Stein legt in der ersten Sekunde ungefähr 5 m zurück, in der zweiten 15 m, dann 25 m usw. Wie weit fällt der Stein in 8 s?

Karl Friedrich Gauss, 1777–1855

Gauss darf wohl als einer der grössten Mathematiker aller Zeiten bezeichnet werden. Von ihm wird folgende Geschichte erzählt: «Sein Lehrer Büttner stellte die Aufgabe, die Zahlen 1 bis 60 zu summieren. Wer mit der Aufgabe fertig sei, sollte dann die Schiefertafel auf einen Tisch legen. Wenige Augenblicke nach Bekanntgabe des Problems springt der winzige Gauss auf, eilt zum Tisch und sagt die berühmten gewordenen Worte «ligget se» (hier liegt sie). Der Lehrer, der die Peitsche in der Hand hält, sieht den blassen Kerl mitleidig an. Die Peitsche wird ihm solche Flausen schon austreiben. Als nach geraumer Zeit alle Tafeln auf dem Tisch liegen, blickt der Lehrer eine nach der anderen an und spendet Lob und Tadel.»



$$3 \cdot 2^3 + 1 = ?$$



«Hoch»

$$2^3 = 8$$



«vor Punkt»

$$3 \cdot 8 = 24$$



«vor Strich»

$$24 + 1 = 25$$



B2

Potenz: $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$

Potenzfunktion: $y = f(x) = x^3$

Kompetenzen

- Du kannst ein Produkt mit gleichen Faktoren als Potenz schreiben und umgekehrt.
- Du kannst Zahlen in wissenschaftlicher Schreibweise mit natürlichen Exponenten lesen und schreiben.
(z. B. $1,32 \cdot 10^8 = 132'000'000$)
- Du kannst die Rechenregeln $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$, sowie «hoch vor Punkt vor Strich» anwenden
- Du kannst Potenzrechnungen mit dem Taschenrechner ausführen.

B2 14–16

Schreibe jeden Term als Potenz und berechne wenn möglich den Wert. Beispiele:

$$3 \cdot 32 = 33 = 27 \quad 3 \cdot 4^2 + 4^2 = 4 \cdot 4^2 = 4^3 = 64$$

$$(2^3)^3 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^9 = 512$$

14

a) $2 \cdot 2 \cdot 2$

b) $2 \cdot 2^2$

c) $10 \cdot 10^2$

d) $10^2 \cdot 10^2$

e) $x^2 \cdot x^2$

15

a) $5^3 \cdot 5$

b) $5^4 \cdot 5$

c) $5^4 \cdot 5^2$

d) $10^4 \cdot 10^2$

e) $a^4 \cdot a^2$

16

a) $3^2 + 3^2$

b) $3^2 + 3^2 + 3^2$

c) $3^3 + 3^3 + 3^3$

d) $4^3 + 4^3 + 4^3$

e) $5^3 + 5^3 + 5^3 + 5^3$

B2 17

Die Weltbevölkerung verdoppelt sich momentan etwa alle 40 Jahre. Nehmen wir an, diese Entwicklung gehe so weiter und zurzeit leben 7 Milliarden Menschen auf der Erde.

a) Wie viele Menschen würden demzufolge in 40 / 120 / 200 Jahren leben?

b) Nach wie vielen Jahren würden 448 Milliarden ($= 7 \text{ Milliarden} \cdot 2^6$) Menschen auf der Erde leben?

B2 18

Nach wie vielen Jahren erhöht sich die Erdbevölkerung von 7 auf 10,5 Milliarden, wenn sie sich nach 40 Jahren verdoppelt? Schätze.

① Nach mehr als 20 Jahren.

② Nach 20 Jahren.

③ Nach weniger als 20 Jahren.

B2 19

Berechne die einzelnen Quadratzahlen:

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, \dots$$

B2 20

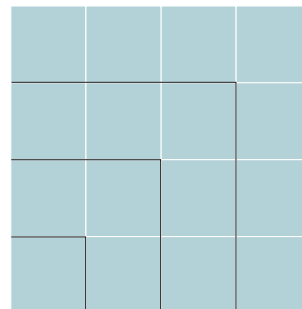
a) $5^2 - 4^2$

b) $6^2 - 5^2$

c) $7^2 - 6^2$

d) $8^2 - 7^2$

Tip: Beachte die nebenstehende Darstellung.

**B2 21**

Ausdauerstest: Berechne die Zahlen $1^1, 2^2, 3^3, 4^4, 5^5, \dots$ soweit du in einer vorgegebenen Zeit kommst. Vielleicht machst du ein Zeitrennen mit einem Kollegen oder einer Kollegin oder die ganze Klasse macht mit.

Überlegt euch vorher, wie bewertet wird, wenn jemand zwar weiter gekommen ist, dafür Fehler gemacht hat.

B2 22

Berechne die Potenzen schriftlich oder halbschriftlich. Kontrolliere wenn möglich mit einem Taschenrechner.

a) $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7$

b) $10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$

c) $1000^2, 1000^3, 1000^4$

B2 23

Berechne die Potenzen schriftlich oder halbschriftlich. Kontrolliere wenn möglich mit einem Taschenrechner.

a) $0^{12}, 1^{18}, \left(\frac{1}{2}\right)^3$

b) $100^2, 100^3, 100^4, 100^5, 100^6$

c) $1^6, 2^5, 3^4, 4^3, 5^2, 6^1$

B2 24–27

Schreibe jeden Term als Potenz und berechne wenn möglich den Wert.

24

a) $2 \cdot 3^2 \cdot 3^2$

b) $3^3 \cdot 3^2$

c) $3 \cdot 4^3 + 4^3$

d) $4 \cdot 4^3 - 4^3$

e) $4^4 - 4^3$

25

a) $2a \cdot 3a$

b) $2a \cdot 3a^2$

c) $2 \cdot 3a^2$

d) $3a^3 \cdot 3a^3$

e) $3a^3 + 3a^3 + 3a^3$

26

a) $4 \cdot 4 + 4^2$

b) $4 \cdot 4^2 + 4^3$

c) $4 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^3$

d) $x^3 \cdot 2x^3$

e) $x \cdot x^2 + 2x^3$

27

a) $(2^2)^3$

b) $(2^3)^3$

c) $(3^3)^2$

d) $(a^2)^3$

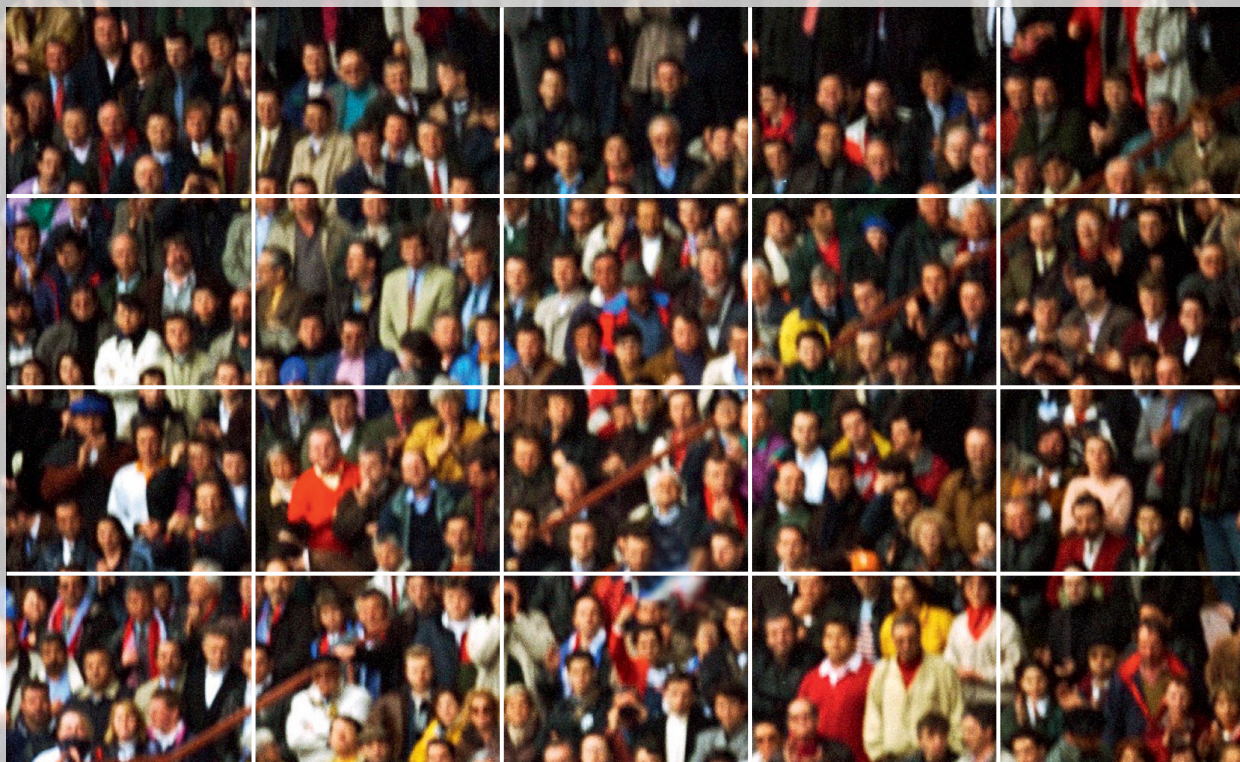
e) $((2a)^2)^3$

4

3

2

1



1

2

3

4

5

B3

Grössen: Flächen, Volumen/ Einheiten m^2 , m^3

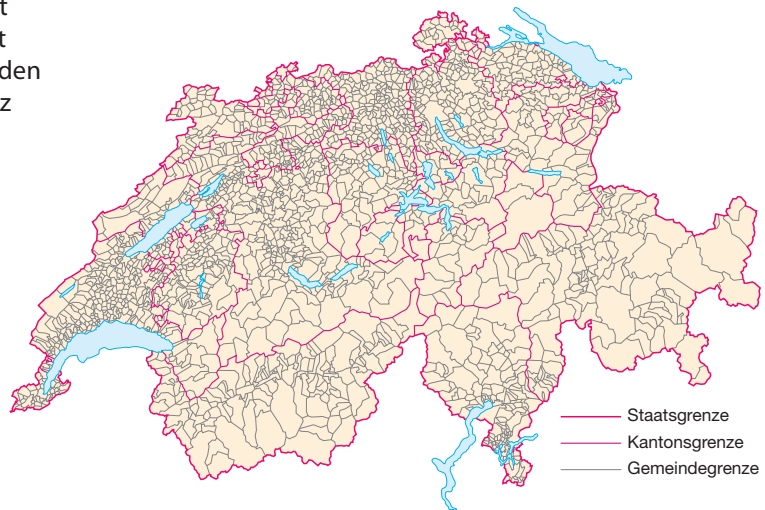
Kompetenzen

- Du kannst Längen, Flächen und Volumen bestimmen und berechnen,
- Du kannst Dich an Referenzgrössen orientieren:
 1 m^3 , 1 dm^3 , 1 cm^3 ,
- Du kannst Masseinheiten und deren Abkürzungen verwenden: Flächen- und Raummasse,
- Du kannst Grössen schätzen, messen, umwandeln, runden und mit ihnen rechnen.

Könnt ihr gut schätzen?

B3 1 Wie viele Leute sind auf dem Bild auf der Vorseite zu sehen? Schätze mit Hilfe des Gitters.

B3 2 Wie viele Gemeinden hat die Schweiz? Schätze mit Hilfe der Karte. Wo befinden sich die meisten der ganz grossen Gemeinden?



B3 3 Eine sehr schwierige Schätzaufgabe: Auf einer Fazenda werden an der Sonne Kakaobohnen getrocknet. Schätze, wie viele Bohnen hier liegen.

B3 4 Wie viele Körner hat es in einem Kilopack Reis? Schätze.

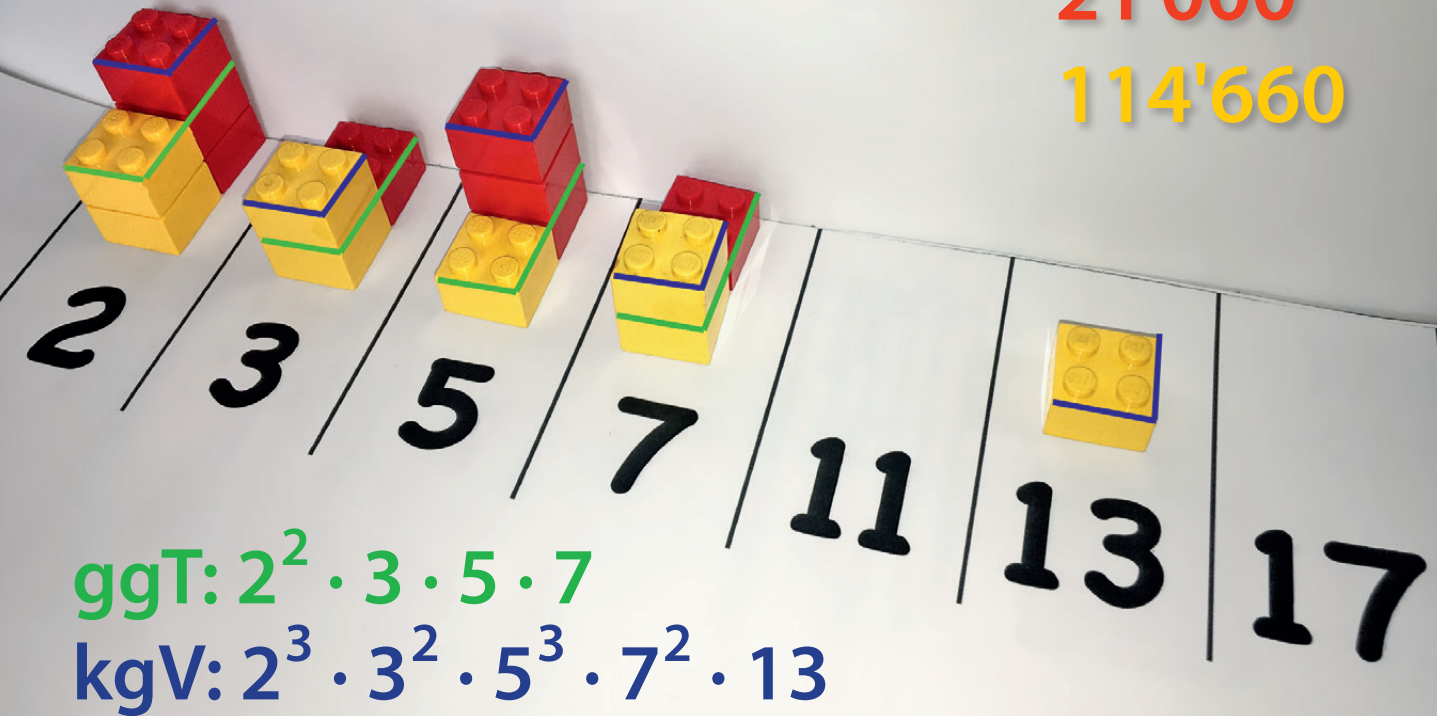
B3 5 Schätze die Fläche der Schweiz. Suche die genaue Zahl in einem Lexikon.

B3 6 Schätze, wie gross dein Mundvolumen ist. Versuche, es nachher zu messen. Wie gehst du vor?

B3 7 Schätze den Inhalt einer normalen Badewanne.

B3 8 Schätze, wie viele Liter Wasser nötig wären, um dein Schulzimmer in ein Aquarium zu verwandeln.

21'000
114'660



B4

Primzahlen: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

ggT: grösster gemeinsamer Teiler

kgV: kleinstes gemeinsames Vielfaches

Kompetenzen

- Du kannst natürliche Zahlen in Primfaktoren zerlegen.
- Du kannst Teilbarkeitsregeln nutzen und Teiler und Vielfache von natürlichen Zahlen bestimmen.
- Du kannst mit Hilfe der Primfaktorzerlegung den grössten gemeinsamen Teiler (ggT) und das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) von zwei und mehr Zahlen bestimmen.

B4 24

Auf der Suche nach einer Formel, welche Primzahlen erzeugt, ist **Pierre de Fermat (1601 – 1665)** auf die folgende Formel gestossen:

$$F = 2^{2^n} + 1$$

- a) Wenn man für n die Zahlen 0, 1, 2, ... einsetzt, so entstehen zunächst wirklich Primzahlen. Berechne diese Primzahlen bis $n = 4$.
- b) Fermat stellte die kühne Behauptung auf, dass seine Formel für jede natürliche Zahl n eine Primzahl erzeugt. 1732 findet **Leonhard Euler (1707 – 1783)** jedoch einen Teiler der Zahl, die sich für $n = 5$ ergibt. Warum hat Fermat wohl diesen Teiler nicht selbst gefunden? Findest du einen Teiler dieser Zahl?

B4 25

Untersuche, für welche natürlichen Zahlen p von 2 bis 14 die Division $[(p - 1)! + 1] : p$ keinen Rest ergibt. Formuliere eine Vermutung.

Primfaktorzerlegung

Jede natürliche Zahl, die nicht selbst prim ist, kann (bis auf die Reihenfolge eindeutig) in ein Produkt von Primzahlen zerlegt werden.

Man nennt das die **Primfaktorzerlegung** der Zahl.

T-Methode

Prüfe, durch welche Primzahl die gegebene Zahl teilbar ist und notiere sie dann in der linken Spalte. Rechts notierst du den entsprechenden Quotienten.

Versuche dann mit den Zahlen in der rechten Spalte erneut, eine Primzahl als Teiler zu finden.

Tipp: Es ist leichter, wenn du die Primzahlen der Reihe nach (2, 3, 5, ...) ausprobierst.

120	
2	60
2	30
2	15
3	5
5	1

Beispiele

Zahl	Zerlegung ohne Potenzen	Zerlegung mit Potenzen
95	= 5 · 19	
96	= 2 · 2 · 2 · 2 · 3	= $2^5 \cdot 3$
97	ist prim	
98	= 2 · 7 · 7	= $2 \cdot 7^2$
99	= 3 · 3 · 11	= $3^2 \cdot 11$

B4 26–32

Zerlege in Primfaktoren.

26

a) 14

b) 15

c) 16

d) 17

e) 18

27

a) 28

b) 42

c) 64

d) 72

e) 88

28

a) 90

b) 91

c) 92

d) 93

e) 94

29

a) 360

b) 361

c) 362

d) 363

e) 364

30

a) 663

b) 740

c) 999

31

a) 10 124

b) 10 125

32

11!